

Exercices sur les équations du premier degré

Application des règles 1 et 2

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes en essayant d'appliquer une méthode systématique :

1 $3x + 4 = 2x + 9$

2 $2x + 3 = 3x - 5$

3 $5x - 1 = 2x + 4$

4 $3x + 1 = 7x + 5$

5 $5x + 8 = 0$

6 $5 - 4x = 0$

7 $5x + 2 = 9x + 7$

Avec des parenthèses

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes en supprimant d'abord les parenthèses :

8 $5 - (x - 3) = 4x - (3x - 8)$

9 $2 + x - (5 + 2x) - 7 = 3x + 7$

10 $4x + 3 - (x + 1) + 5 = 5x + 7$

11 $2x + 1 - (2 + x) - 7 = 3x + 7$

12 $5(x - 1) + 3(2 - x) = 0$

13 $7(x + 4) - 3(x + 2) = x + 7$

14 $2(x - 1) - 3(x + 1) = 4(x - 2)$

15 $8(4 - 3x) + 1 = 53 - 3(x - 5)$

16 $13x + 2 - (x - 3) = x - 5 - 3(x + 12) + 4x$

17 $5(3x - 1) - (1 - 2x) = 3(5x - 2)$

18 $(x + 2)(x + 1) = (x + 4)(x - 5)$

Résoudre avec des fractions

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes en supprimant d'abord les fractions :

19 $-\frac{1}{2}x + 3 = x - 7$

20 $\frac{3}{2}x + 4 = 2x - 5$

21 $3x + 5 = -\frac{7}{9}$

22 $7x - \frac{1}{4} = \frac{5}{11}$

23 $\frac{x - 1}{4} - 5 = \frac{2x - 3}{2} + \frac{3}{4}$

24 $\frac{2x}{7} - \frac{6}{5} = \frac{9}{10}$

25 $\frac{x}{3} + \frac{9}{4} = -\frac{5x}{6} + \frac{15}{2}$

26 $\frac{2x + 3}{6} - \frac{x - 1}{6} = \frac{x + 2}{3} + 2$

27 $\frac{3 - 2x}{5} - \frac{x - 2}{10} = \frac{5x + 2}{2} - \frac{1}{5}$

Résoudre à l'aide d'un produit en croix :

28 $\frac{2x + 3}{2} = \frac{7x - 2}{3}$

$$29 \quad \frac{2x-3}{3} = \frac{3}{4}$$

Des parenthèses, des fractions et des radicaux

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes en supprimant au choix d'abord les parenthèses ou les fractions :

$$30 \quad \frac{1}{4}(x+4) - \frac{1}{20}(x-60) = \frac{2}{5}(x+15)$$

$$31 \quad -7x - 4 = 2\left(4 - \frac{1}{5}x\right)$$

$$32 \quad \frac{5(x-2)}{8} + \frac{3(1-x)}{5} = \frac{2x+3}{10}$$

$$33 \quad \frac{4x-3}{4} + \frac{3x-8}{8} = \frac{5x-3}{2} + \frac{2(3x-2)}{7}$$

Avec des radicaux :

$$34 \quad x\sqrt{2} + \sqrt{2} = x\sqrt{6} + 2\sqrt{3} - (2 - \sqrt{2})$$

$$35 \quad 2x + \sqrt{2} = x\sqrt{12} + 7\sqrt{3} - (7 - \sqrt{2})$$

Équations possibles ou impossibles

Résoudre les équations suivantes en concluant par \mathbb{R} ou \emptyset :

$$36 \quad 2(x+4) + 1 - 5x = 3(1-x) + 7$$

$$37 \quad \frac{1}{3}(x+2) - \frac{3}{4}(x-2) = \frac{1}{12}(-5x+2) + 2$$

$$38 \quad \frac{x+3}{2} - \frac{4x-3}{3} - 1 = -\frac{5x-12}{6}$$

Développements

Développer, réduire et ordonner les expressions algébriques suivantes :

$$39 \quad (3x-4)(2x+1)$$

$$40 \quad (2x+3)(x-5) - (3x-1)(2x-1)$$

$$41 \quad 4x(3x+5) - 7(3x+5)(2x-1)$$

$$42 \quad (3x-1)(3x+2) - 3(-x+2)(5x+2)$$

$$43 \quad (x+3)(2x-5)(-x+4)$$

$$44 \quad (x^2+x+1)(2x-1)$$

$$45 \quad (3x^2-2x-3)(-x+7)$$

$$46 \quad (2x^2+3)(x-4)$$

Développements avec les identités remarquables

Développer, réduire et ordonner à l'aide des identités remarquables les expressions algébriques suivantes :

$$47 \quad (4x-3)^2$$

$$48 \quad (5x-2)^2$$

$$49 \quad (3x-8)(3x+8)$$

$$50 \quad (3x+2)^2 - (x-3)^2$$

$$51 \quad (2x+1)(2x-1) + (1-3x)^2$$

$$52 \quad (2x+1)^3$$

Factoriser avec un facteur commun

Factoriser les polynômes suivants à l'aide d'un facteur commun :

$$53 \quad P(x) = 18x - 27$$

$$54 \quad P(x) = 4x^2 - 3x$$

$$55 \quad P(x) = 5x^2 - 7x$$

56 $P(x) = 36x^2 - 9x$

57 $P(x) = 4x^2 - x$

58 $P(x) = (x - 2)(x + 3) - (x - 2)(3x + 1)$

59 $P(x) = (2x + 3)(x - 5) + 3(2x - 1)(2x + 3)$

60 $P(x) = x(2x - 3) + (2x - 3) - (x - 3)(2x - 3)$

61 $P(x) = (4x - 1)^2 - 2(2x + 5)(4x - 1)$

62 $P(x) = 2(x - 2)(x + 3) - (x - 2)$

Factoriser avec une identité remarquable

Factoriser les polynômes suivants à l'aide d'une différence de deux carrés :

63 $P(x) = x^2 - 9$

64 $P(x) = 4x^2 - 25$

65 $P(x) = 6x^2 - 6$

66 $P(x) = -x^2 + 4$

67 $P(x) = (x + 3)^2 - 4$

68 $P(x) = (2x - 5)^2 - (x + 3)^2$

69 $P(x) = 4 - (3 - 5x)^2$

70 $P(x) = (6 - 5x)^2 - 1$

71 $P(x) = -4x^2 + (3x + 1)^2$

72 $P(x) = 9(2x - 1)^2 - 4(x + 2)^2$

Factoriser les polynômes suivants à l'aide d'un carré parfait :

73 $P(x) = x^2 + 2x + 1$

74 $P(x) = 4x^2 - 4x + 1$

75 $P(x) = 4x^2 + 20x + 25$

76 $P(x) = 16 - 8x + x^2$

77 $P(x) = x^2 - 18x + 81$

78 $P(x) = -4x^2 + 28x - 49$

79 $P(x) = \frac{x^2}{16} - \frac{x}{2} + 1$

Factorisations plus difficiles

Factoriser les polynômes suivants à l'aide d'un facteur commun ou d'une identité remarquable :

80 $P(x) = x^2 - 49 - (5x + 3)(x + 7)$

81 $P(x) = 4(2x + 1)^3 - 2(2x + 1)^2$

82 $P(x) = x^2 + 3x(x - 1)$

83 $P(x) = (3 - x)^2 + (x - 3)$

84 $P(x) = 2x(x + 2) - x^2(x - 1)$

85 $P(x) = 4x^2 - 9a^2$

86 $P(x) = (3x - 2)^2 - (x - 4)^2$

87 $P(x) = x^4 - 16$

88 $P(x) = (3x^2 - 3) + x^2 - 2x + 1$

89 $P(x) = (x - 1)(2x + 3) + (2 - 2x)(3 - x)$

90 $P(x) = 81x^2 - 64 - (9x + 8)(2x + 7)$

91 $P(x) = (x^2 - 1)(4x + 1) + (x - 1)^2$

92 $P(x) = (x - 3)^2 - 4x + 12 + 3x(x - 3)$

93 $P(x) = (5x + 2)^2 + (x + 7)(5x + 2) - 25x^2 + 4$

Équations se ramenant au premier degré

Résoudre les équations suivantes à l'aide d'une factorisation ou par l'égalité de deux carrés :

94 $(x + 2)^2 = (x + 2)(5x - 4)$

95 $9x^2 - 16 = 0$

96 $(2x + 3)^2 = 36$

97 $5x^2 - 7x = 0$

98 $4x^2 - 9 - 2(2x - 3) + x(2x - 3) = 0$

99 $(3x - 4)(5x + 2) = (3x - 4)(3 - 2x)$

100 $(x - 2)(x + 3) + (x - 2)(2x + 1) + x^2 - 4 = 0$

101 $(2x - 3)(x^2 + 1) = 0$

102 $(3x + 2)^2 = 4(2x - 3)^2$

Avec des radicaux :

103 $(3x + 6)^2 = 3x^2$

104 $3x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$

Choisir la bonne écriture

105 Pour tout réel x , on pose :

$$E(x) = (x + 3)^2 - 25 \quad (\text{forme A})$$

1.a) Prouver que :

$$E(x) = x^2 + 6x - 16 \quad (\text{forme B})$$

b) Prouver que :

$$E(x) = (x - 2)(x + 8) \quad (\text{forme C})$$

2. Choisir, parmi ces trois formes, celle qui est la mieux adaptée pour résoudre les équations suivantes :

a) $E(x) = 0$ b) $E(x) = 11$ c) $E(x) = -16$

Équations rationnelles se ramenant au premier degré

Résoudre les équations suivantes en ayant soin de déterminer l'ensemble de définition au début de la résolution :

106 $\frac{2-x}{x-1} = 2$

107 $\frac{3}{x+2} = \frac{1}{3x}$

108 $\frac{5x-3}{x-2} = -\frac{3}{x}$

109 $2x-7 = \frac{4}{2x-7}$

110 $\frac{5}{x} = \frac{-3}{x+1} + \frac{3}{x(x+1)}$

111 $\frac{x-3}{x+3} = \frac{x-1}{x-3}$

Mise en équation

112 Henri a ajouté 17 à son âge, a multiplié le résultat par 2 et a trouvé 48. Quel âge a-t-il ?

113 Dans un jardin, le tiers de la surface est recouvert par des fleurs, un sixième par des plantes vertes et le reste, soit 150 m^2 , est occupé par la pelouse. Quel est l'aire de ce jardin ?

114 Un automobiliste constate qu'en ajoutant 12 litres d'essence à son réservoir à moitié plein, il le remplit aux trois quarts. Quelle est la capacité de son réservoir ?

115 Quel même naturel faut-il ajouter au numérateur et au dénominateur de $\frac{3}{7}$ pour obtenir le double de ce rationnel ?

116 Trois cousins ont respectivement 32, 20 et 6 ans. Dans combien d'années l'âge de l'aîné sera-t-il égal à la somme des deux autres ?

117 Un magicien demande à un spectateur : " pensez à un nombre, multipliez le par 2, retranchez 3 au résultat, multipliez-le tout par 6". Le spectateur annonce 294. À quel nombre pensait-il ? ?

118 Le quart d'un capital est placé à 10%, le tiers de ce capital à 8% et le restant à 12%. Le montant des intérêts est de 1 220 €. Quel est le montant de ce capital ?

119 Une personne dépense le quart de son salaire pour se loger, les $\frac{3}{7}$ pour se nourrir. Il lui reste 594 € pour les autres dépenses. Quel est son salaire ?

120 Trouvez deux naturels pairs consécutifs dont la somme est 206 ?

121 Dans un bassin plein aux deux tiers on verse 20 litres. Il est alors plein aux trois quarts. Quelle est la capacité du bassin ?

122 Le personnel d'une entreprise est composé d'hommes et de femmes. L'entreprise emploie 107 personnes. Si elle embauche 8 femmes de plus alors la composition de femmes représente les 40% de l'effectif total. Combien de femmes y a-t-il dans cette entreprise ?

123 Le fixe du salaire mensuel d'un représentant est de 1 100 €. Le salaire mensuel global est constitué de ce fixe augmenté d'une commission de 4% sur le montant des ventes du mois. Déterminer le montant des ventes si le représentant a touché 1 500 €. Quel doit être le montant mensuel des ventes pour que son salaire global soit supérieur à 2 000 € ?

124 On partage 9 800 € entre 3 personnes. La première reçoit 240 € de moins que la seconde et la part du troisième est égale aux trois quarts de la somme des parts des deux autres. Calculer la part de chaque personne.

125 La recette d'un match s'élève à 36 500 €. Les spectateurs ont le choix entre deux possibilités. Soit prendre une place dans les tribunes à 50 € soit prendre une place dans les " populaires " à 30 €. Il y a eu 1 000 spectateurs. Combien de spectateurs ont pris place dans les tribunes ?

126 Dans une salle de spectacle, il y a des places à 15 €, 20 € et 25 €. Le nombre de places à 20 € est le double du nombre de place à 25 €. Le nombre de places à 15 € est la moitié du nombre total de places. Lorsque la salle est pleine la recette est de 9 460 €. Déterminer le nombre de places de cette salle de spectacle.

127 La somme de deux entiers est de 924. En ajoutant 78 à chacun d'eux, l'un devient le double de l'autre. Déterminer ces nombres.

Problèmes historiques

128 Un problème historique. Les mathématiciens ont l'habitude de confronter leurs raisonnements et leurs techniques à des problèmes concrets qu'ils inventent. En voici un de Nicolas Chuquet (1445-1500). *"Des frères se partagent un héritage. Le premier prend 100 euros et 10% du reste. Le second prend 200 euros et 10% du nouveau reste. Le troisième prend 300 euros et 10% du nouveau reste et ainsi de suite jusqu'au dernier. Ils ont alors la même part. À combien se monte l'héritage ? Combien y a-t-il de frères ?"*

129 **Dans le même genre.**

Un groupe de touristes décide de partager un réservoir d'eau de la façon suivante :

La première personne prend 100 litres et le treizième du reste. La seconde 200 litres et le treizième du nouveau reste. La troisième 300 litres et le treizième du nouveau reste et ainsi de suite jusqu'à la dernière personne. Toutes ont reçu la même quantité d'eau. Combien y a-t-il de personnes dans ce groupe ?

130 " Le chapitre des fruits " attribué à Abraham ben Ezra (né en 1090) " *Et si l'on dit : Un homme est entré dans un verger et il y a cueilli des fruits. Mais le verger avait trois portes gardées chacune par un gardien. Cet homme donc partagea les fruits avec le premier gardien et lui en donna deux de plus, puis il partagea avec le second et lui en donna deux de plus enfin avec le troisième, lui en donna deux de plus et il sortit en ayant seulement un fruit. Combien de fruits a-t-il cueillis ? "*